

Nombre: _____

Fecha: _____

VER LA ESTRUCTURA EN LAS EXPRESIONES
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I



Muchas veces, las técnicas de álgebra pueden darnos la impresión de que se mueven símbolos de aquí para allá sin ningún propósito evidente. En el Curso común de álgebra, deseamos desafiar a los alumnos a que hagan **manipulaciones con sentido**. Lo que queremos es que siempre tengan una razón para la manipulación que están haciendo.

MANIPULACIÓN CON SENTIDO

Llamaremos **manipulación con sentido** a una técnica algebraica que se aplica con un propósito en mente, incluso si no estamos seguros de si esa manipulación va a funcionar o no. Esto significa que nos damos permiso para hacer manipulaciones incluso si no sirven para lograr nuestro propósito.

Los ejercicios de esta lección consisten en resolver problemas y usar las propiedades que hemos aprendido **con un objetivo en mente**, para tratar de resolver problemas que son como acertijos. Pero vamos a comenzar con un problema que ilustra la idea.

Ejercicio 1: Observa las expresiones $2x+1$ y $6x+3$.

(a) Halla el valor de ambas expresiones cuando $x = 2$.

(b) ¿Cuál es la razón entre el resultado más grande y el más pequeño? ¿Por qué se llegó a esta razón? ¿Qué propiedad puedes usar para justificarlo?

Bien. Ahora veamos algunos problemas que son un poco más difíciles de resolver. Tendrás que averiguar el valor de una expresión **sin conocer el valor de x** . Hagamos un precalentamiento.

Ejercicio 2: La expresión $3x + 2$ es igual a 7 para algún valor de x (¡no averigües su valor!). Determina los valores de cada una de las siguientes expresiones para el mismo valor de x . Muestra cómo lo razonaste.

(a) $6x+4$

(b) $3x+5$



El último ejercicio nos obliga a hacer manipulaciones con sentido, porque tenemos que pensar cómo las expresiones se relacionan entre sí y cómo escribir expresiones equivalentes. Resolvamos algunos acertijos más de este tipo.

Ejercicio 3: La expresión $2x + 5$ tiene un valor de 10 para algún valor de x (¡no averigües su valor!). Realiza manipulaciones con sentido sobre cada una de las siguientes expresiones para hallar los valores de esas expresiones para ese mismo valor de x .

(a) $4x + 10$

(b) $2x + 20$

(c) $2x + 1$

(d) $-2x - 5$

(e) $10x + 25$

(f) $2x - 5$

(g) Desafío: halla el valor de $6x + 20$. Pista: simplemente trata de aproximarte y ver qué más tienes que hacer en términos de sumar o restar.

Ejercicio 4: Si la expresión $3x - 4$ tiene un valor de -3 para algún valor de x , ¿cuál es el valor de la expresión $(3x - 4)^2 + 6x - 8$ para el mismo valor de x ? Muestra los cálculos que hiciste para llegar a una de las siguientes soluciones.

(1) 11

(3) 3

(2) -15

(4) -6



Nombre: _____

Fecha: _____

VER LA ESTRUCTURA
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I - TAREA

DESTREZA

1. Hagamos un precalentamiento. Evalúa cada expresión para el valor de x dado. No uses la calculadora así practicas un poco de aritmética mental.

(a) $3x - 8$ for $x = 5$

(b) $5(x + 7) - 1$ for $x = -3$

(c) $\frac{x-8}{4} + 5$ for $x = 4$

2. Si la expresión $x - 3$ tiene un valor de -5 , ¿cuál de las siguientes opciones representa el valor de $3x - 9$? Explica cómo llegaste a uno de estos resultados.

(1) -2

(3) -15

(2) -9

(4) -42

3. La expresión $2x + 6$ es igual a 9 para algún valor de x . Sin hallar el valor de x , determina los valores para cada una de las siguientes expresiones. Muestra cómo llegaste a cada una de las soluciones.

(a) $4x + 12$

(b) $2x + 9$

(c) $x + 3$

(d) $-6x - 18$

(e) $2x + 1$

(f) $10x + 32$

4. La expresión $x - 2$ tiene un valor de -5 para algún valor de x . Para el mismo valor de x , ¿cuál es el valor de la expresión $(x - 2)^2 + 5x - 10$? Muestra tu razonamiento en el espacio correspondiente.

(1) 0

(3) 14

(2) 15

(4) -10



APLICACIONES

5. La cantidad de pies que Jennifer puede correr en un determinado período de tiempo t está representada por la expresión $8t + 2$. Su amiga Erika puede correr una distancia representada por la expresión $4t + 3$. Erika afirma que puede correr solo la mitad que Jennifer más 2 pies adicionales. ¿Tiene razón?

(a) Vamos a reunir evidencia jugando con distintos valores de t . Completa el siguiente cuadro para las distancias de Jennifer y de Erika dado el valor de t .

Tiempo, t	Distancia de Jennifer $8t + 2$	Distancia de Erika $4t + 3$	¿Erika tiene razón?
1			
3			
5			
10			

(b) La tabla muestra evidencia numérica suficiente de que Erika tiene razón. Usa manipulaciones con un sentido de la expresión $8t + 2$ para demostrar que la distancia de Erika es siempre 2 pies más que la mitad de la distancia de Jennifer.

RAZONAMIENTO

Podemos usar el mismo tipo de razonamiento para resolver ecuaciones. Aún no lo hemos practicado demasiado, pero trata de pensar estos problemas en el contexto de resolver una ecuación.

6. Digamos que sabías que la solución a la ecuación $2x - 7 = 9$ era $x = 8$. ¿Cómo se podría usar este dato para resolver la ecuación $2(x + 2) - 7 = 9$?

(a) Ya sea $x = 6$ o $x = 10$ es una solución para nuestra nueva ecuación: $2(x + 2) - 7 = 9$. Comprueba cuál es una solución sustituyéndolas en la expresión de la izquierda para ver si es igual a 9.

(b) Explica con tus propias palabras por qué la respuesta correcta fue la que hallaste en la parte (b). Esto significa que tienes que observar la **estructura** de ambas ecuaciones. Piensa qué es igual y qué es diferente.

