

LOS EXPONENTES COMO UNA MULTIPLICACIÓN REPETIDA
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I



Recién estamos comenzando a estudiar los exponentes, pero cobrarán mucha más importancia a medida que sigamos estudiando álgebra. Por eso, en las siguientes lecciones vamos a trabajar con algunos exponentes básicos. Recuerda que un exponente es una manera de **multiplicar un número por sí mismo repetidas veces**.

LOS EXPONENTES COMO UNA MULTIPLICACIÓN REPETIDA

Por definición, si n es un **número entero positivo**, es decir $\{1, 2, 3, \dots\}$, entonces $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_{\text{multiplicado } n \text{ veces}}$

Ejercicio 1: Expresa cada uno de los siguientes exponentes como un producto extendido, y halla su valor.

(a) 2^4

(b) 3^2

(c) 5^3

Por supuesto que, al igual que con los números, las variables también pueden ser elevadas a exponentes (que no sean 1).

Ejercicio 2: Expresa cada uno de los siguientes términos que contienen exponentes como un producto extendido. Piensa muy bien cómo ordenas las operaciones y recuerda que primero se calculan los exponentes y luego la multiplicación.

(a) x^3

(b) x^2y^4

(c) $(2x)^2$

(d) $4x^4y^3$

(e) $(9x^2)^3$

(f) $(-4x^3)^2$

Uno de los aspectos agradables de los exponentes es que siguen patrones muy predecibles, que se conocen como **reglas de los exponentes** (¡y son bastante estrictas!). Averigüemos la más simple en el próximo ejercicio.

Ejercicio 3: Escribe cada uno de los siguientes productos y luego exprésalos en la forma x^n .

(a) x^2x^3

(b) x^5x^2

(c) x^4x^4



Ejercicio 4: Entonces, ¿cuál es el patrón? ¿Puedes dar una regla genérica que explique qué ocurre cuando multiplicamos dos términos que tienen la misma **base**?

REGLA DE LOS EXPONENTES N°1: $x^a \cdot x^b =$

Esta regla de los exponentes nos permite multiplicar potencias más grandes de variables sin tener que expresar las multiplicaciones. Tienes que **aprender bien esta regla**. Esto significa que debes estudiarla hasta que tengas la seguridad de que comprendes por qué se cumple. Más adelante vamos a ampliar las reglas de los exponentes a situaciones peculiares con todo tipo de exponentes.

Ejercicio 5: Escribe rápidamente cada uno de los siguientes productos como una variable elevada a una única potencia.

(a) $x^4 x^9$

(b) $x^2 x^3 x^4$

(c) $y^2 y^6$

A menudo tendrás que ser capaz de multiplicar términos más complicados y escribirlos en la forma más conveniente (**más simple**) posible. En el siguiente ejercicio aprenderemos cómo hacerlo y qué reglas y propiedades se necesitan.

Ejercicio 6: Los pasos para simplificar el producto $5x^3 \cdot 2x^7$ a términos más simples son los siguientes. Escribe una justificación para cada paso.

Paso 1: $5x^3 \cdot 2x^7 = 5 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^7$

Justificación: _____

Paso 2: $5 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^7 = (5 \cdot 2) \cdot (x^3 \cdot x^7)$

Justificación: _____

Paso 3: $(5 \cdot 2) \cdot (x^3 \cdot x^7) = 10x^{10}$

Justificación: _____

Cada paso de una manipulación algebraica se puede justificar, en última instancia, usando una propiedad que fue establecida acerca de los números (como la conmutativa) o un patrón, como la regla de los exponentes N° 1 que se describe más arriba. Pero también tenemos que **dominar** estas manipulaciones. En el siguiente ejercicio tendrás la oportunidad de hacerlo.

Ejercicio 7: Reescribe cada una de las siguientes como expresiones equivalentes en la forma exponencial más simple.

(a) $2x^7 \cdot 8x^5$

(b) $(-4x^3)(2x^2)$

(c) $(-6x^3)^2$



Nombre: _____

Fecha: _____

LOS EXPONENTES COMO UNA MULTIPLICACIÓN REPETIDA
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I - TAREA

DESTREZA

1. Reescribe cada uno de los siguientes términos como un producto extendido. Piensa muy bien cómo ordenas las operaciones y recuerda que primero se calculan los exponentes y luego la multiplicación. No necesitas simplificar los productos.

(a) 4^3

(b) $3^2 \cdot 3^3$

(c) $(2^3)^4$

(d) x^3y^4

(e) $8x^2y^5$

(f) $(9x^2)^2$

2. Escribe cada uno de los siguientes productos y luego exprésalos en la forma exponencial más simple.

(a) x^4x^7

(b) y^3y^6

(c) $x^3y^2x^5y^2$

3. Reescribe cada una de las siguientes como expresiones equivalentes en la forma exponencial más simple. Hay una que no se puede simplificar. ¿Cuál es?

(a) $4x^3 \cdot 7x^6$

(b) $x^5y^3x^2$

(c) $(-x^2)(3x^{10})$

(d) $x^2y^3z^3$

(e) $(4x)^3$

(f) $(-3x^2)^2$



APLICACIONES

4. Uno de los usos más comunes de los exponentes es en la **notación científica**. Recuerda que 3.2×10^4 está escrito en notación científica donde 10 está elevado a la 4^{ta} potencia. Si 3.2×10^4 es el largo de un parque en metros y 2.5×10^6 es el ancho en metros, ¿cuál es el área del parque si tiene forma de rectángulo? Algo que puede ayudar es escribir los términos como un producto extendido y luego reagruparlos.

$$\text{Área} = \text{Largo} \times \text{Ancho} = (3.2 \times 10^4)(2.5 \times 10^6) =$$

RAZONAMIENTO

5. A continuación se muestran los pasos para simplificar el producto $(2x^3)^3$ a términos más simples. Escribe una justificación para cada paso.

Paso 1: $(2x^3)^3 = 2x^3 \cdot 2x^3 \cdot 2x^3$ Justificación: _____

Paso 2: $2x^3 \cdot 2x^3 \cdot 2x^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot x^3$ Justificación: _____

Paso 4: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2)(x^3 \cdot x^3 \cdot x^3)$ Justificación: _____

Paso 3: $(2 \cdot 2 \cdot 2)(x^3 \cdot x^3 \cdot x^3) = 8x^9$ Justificación: _____

6. Hasta ahora hemos encontrado una regla de los exponentes para multiplicar dos monomios con bases iguales. Vimos que esto es $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$. También podemos encontrar una regla para simplificar la expresión $(x^a)^b$. Prueba con las siguientes preguntas y fíjate si puedes encontrar el patrón que ayude a simplificar este tipo de expresión.

(a) Reescribe los siguientes términos como productos extendidos y luego exprésalos en la forma 2^n o x^n .

(i) $(2^2)^4$

(ii) $(x^3)^4$

(b) Vuelve a mirar la parte (a) para ver si puedes encontrar una conexión entre tu respuesta y la pregunta.

Formula una regla general para todos los términos en la forma de $(x^a)^b$

$(x^a)^b =$

¡APRENDE ESTA REGLA!

