

INTRODUCCIÓN A LAS PROGRESIONES CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I



Una **progresión** es un tipo de función muy especial. Cuando los estudiantes se encuentran con las progresiones por primera vez, suelen pensar que son solo una lista de números en algún orden en particular (y que ellos tienen que hallar el patrón). Empezaremos con la definición técnica de una progresión en términos de una función.

DEFINICIÓN DE PROGRESIÓN

Una **progresión** es una función cuyo conjunto de valores de entrada, el **dominio**, es un subgrupo de dichos números naturales, es decir, $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Una progresión suele mostrarse como una lista de números ordenados, llamados los **términos** o **elementos** de la progresión. La anotación de funciones tipo progresión puede resultar confusa.

Ejercicio 1: Observa la siguiente progresión. Si representamos esta progresión con la letra a haz lo siguiente.

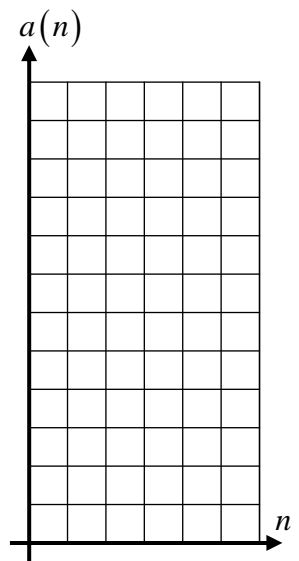
4, 8, 16, 32, 64, 128, 256

- (a) Halla $a(3)$ (b) Halla $a(1) + a(7)$ (c) Halla a_2 .
- (d) Halla $(a_1)^2$ (e) Halla $a_5 - a_4$ (f) Despeja la n : $a(n) = 128$.

Las progresiones son funciones. La clave aquí es que el valor de entrada es simplemente la **posición del número en la recta**, por así decirlo, y la resultante es el **número que aparece en la lista**.

Ejercicio 2: Observa la progresión definida por la fórmula $a(n) = 2n + 1$.

- (a) Escribe los primeros 5 elementos de esta progresión.
- (b) Grafica la progresión en la cuadrícula mostrada a la derecha para $1 \leq n \leq 5$.
- (c) ¿Por qué no deberíamos conectar los puntos dibujados con una línea recta continua?
- (d) ¿Cuál es el 21º término de esta progresión? Muestra cómo llegaste a la solución.



Las progresiones se pueden definir con una fórmula de función clásica, como la que vimos en el Ejercicio 2, y también se pueden definir de manera **recursiva**. Una **fórmula recursiva** es una en la que cada término de la progresión **depende de un término o de los términos** que están **antes que ella**.

Ejercicio 3: Dada una progresión de números indicados por la siguiente definición:

$$b_1 = 7 \text{ and } b_i = b_{i-1} + 4$$

- (a) Usando el sentido común, interpreta esta regla de función **recursiva**.
 (b) Escribe la regla para los primeros 4 términos y evalúa cada uno de ellos (excepto b_1 que está dado).

Una de las progresiones más famosas **definidas de manera recursiva** se conoce como la **Sucesión de Fibonacci**. Probémoslo en el próximo ejercicio.

Ejercicio 4: La Sucesión de Fibonacci se define de manera recursiva así:

$$a(1) = 1, a(2) = 1 \text{ y } a(n) = a(n-1) + a(n-2)$$

- (a) ¿Cómo interpretas esta regla recursiva? Escríbela en tus propias palabras.
 (b) Escribe la regla para $a(3)$, $a(4)$ y $a(5)$ y determina sus valores.

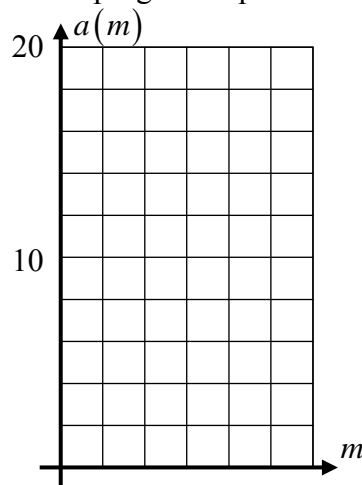
Las progresiones suelen aparecer en el mundo real, donde a veces se las define en términos de un proceso recursivo.

Ejercicio 5: Kirk se está entrenando para el maratón. El primer mes, corre 5 millas por entrenamiento. Agrega 3 millas al recorrido por cada mes de entrenamiento.

- (a) Completa la tabla siguiente para la cantidad de millas que corre como una función de cuántos meses ha estado corriendo.
 (c) Grafica esta progresión para $1 \leq m \leq 5$.

m	1	2	3	4	5
$a(m)$	5				

- (b) Redacta una **definición recursiva** para la progresión $a(m)$. No olvides indicar un valor inicial.



Nombre: _____

Fecha: _____

**INTRODUCCIÓN A LAS PROGRESIONES
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I – TAREA**

DESTREZA

1. Observa la progresión siguiente. Si representamos esta progresión con la letra a haz lo siguiente.

1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43

(a) Halla $a(5)$

(b) Halla $a_2 + a_6$

(c) Halla $a(4) + 2a(6)$

(d) Halla $\sqrt{a(5)}$

(e) Halla $\frac{a(5) - a(3)}{2}$

(f) Halla una definición recursiva para la progresión $a(n)$.

2. Observa la progresión definida en la tabla siguiente.

n	1	2	3	4	5
$b(n)$	2	12	22	32	42

(a) Halla $b(4)$

(b) Halla $\frac{2b(2) - b(3)}{4}$

(c) Halla una definición recursiva para la progresión $b(n)$.

3. Dada una progresión de números indicados por la definición $c_1 = 2$ y $c_i = c_{i-1} \cdot 3$:

(a) Escribe los primeros 4 términos de esta progresión.

(b) Halla el valor de $c_4 - c_2$. Muestra cómo lo calculaste.

APLICACIONES

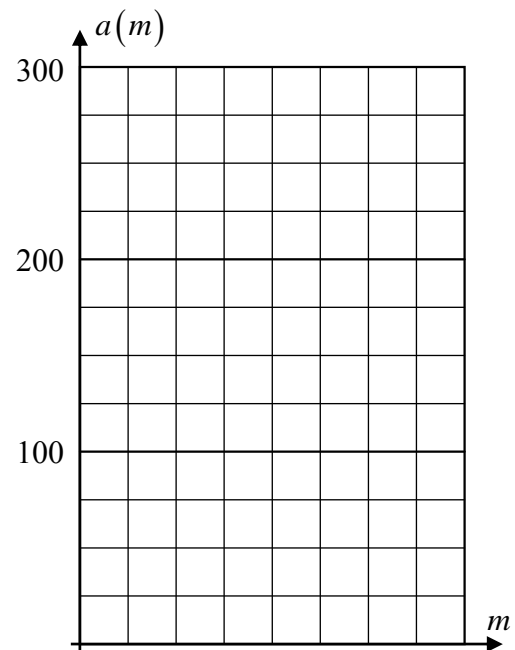
4. Erin viajará al extranjero el próximo verano y desea tener un poco de dinero en efectivo para el viaje. Ya tiene 100 dólares ahorrados y planea ahorrar 40 dólares por mes.

(a) Completa la tabla siguiente para la cantidad de dinero que ahorra como una función de cuántos meses ha estado ahorrando.

m	1	2	3	4	5
$a(m)$	140				

(b) Redacta una **definición recursiva** para la progresión $a(m)$. No olvides indicar un valor inicial.

(c) Grafica esta progresión para $1 \leq m \leq 5$.



RAZONAMIENTO

5. Una progresión se define de manera recursiva así: $a(1) = 1$, y $a(n) = a(n-1) + n$

(a) ¿Cómo interpretas esta regla recursiva? Escríbela en tus propias palabras.

(b) Escribe la regla para $a(2)$, $a(3)$, y $a(4)$ y determina sus valores.

