Nombre: ___________________________________ Fecha: _________________

EXPONENTES CERO Y NEGATIVOS
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I

En matemáticas, es habitual que se inventen maneras de **extender conceptos** para que abarquen ciertas áreas que, tal vez, no tengan sentido al principio. Casi todos pueden entender lo que significa 2^3 porque entienden que se multiplica 3 veces por el número 2 Pero ¿qué significan 2^0 o 2^{-4}? ¿Tiene sentido hablar de multiplicar por un número una cantidad negativa de veces? Profundicemos estos conceptos en el primer ejercicio.

***Ejercicio* 1:** Podemos pensar en las potencias de 2 como si representaran la multiplicación del número 1 repetidas veces.

(a) Completa el patrón para las potencias que no son negativas. Basándote en este ejercicio, ¿cómo completarías 2^0?

$2^4 =$

$2^3 =$

$2^2 = 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

$2^1 = 1 \cdot 2 = 2$

$2^0 =$

(b) Si los **exponentes positivos** indicaron que había que **multiplicar** el número 1 por 2 repetidamente, entonces los **exponentes negativos** deben indicar que ______________.

$2^{-1} = \dfrac{1}{2}$

$2^{-2} = \dfrac{1}{2 \cdot 2} = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

$2^{-3} =$

$2^{-4} =$

Queremos que el patrón de potencias de enteros positivos se extienda al exponente cero y a los exponentes enteros negativos. Ahora podemos definir los exponentes cero y negativos de esta manera.

EXPONENTES CERO Y NEGATIVOS

1. Exponente cero: $b^0 = 1$ siempre que $b \neq 0$.

2. Exponentes negativos: $b^{-n} = \dfrac{1}{b^n}$

***Ejercicio* 2:** ¿Cuál de las siguientes opciones **no** es equivalente a 5^{-2}?

(1) $\dfrac{1}{5^2}$ (3) $\dfrac{1}{25}$

(2) $\dfrac{1}{10}$ (4) 0.04

***Ejercicio* 3:** Si $f(x) = 3x^{-2} + 2x^0$, ¿cuál de los siguientes es el valor de $f(2)$? Muestra cómo llegaste a tu respuesta. Recuerda que **siempre** se calculan primero los exponentes y luego la multiplicación.

(1) $2\frac{3}{4}$ (3) $1\frac{1}{12}$

(2) $1\frac{3}{4}$ (4) $2\frac{1}{2}$

Como ahora tenemos exponentes negativos, podemos desarrollar una tercera **ley de los exponentes**. Recuerda que ya tenemos estas dos.

LEYES DE LOS EXPONENTES (HASTA AHORA)

1. $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ 2. $\left(x^a\right)^b = x^{a \cdot b}$

Ahora, veamos si podemos desarrollar una regla para dividir cantidades que tienen la misma base.

***Ejercicio* 4:** Reescribe cada una de las siguientes expresiones en forma exponencial simplificada.

(a) $\dfrac{x^5}{x^2}$ (b) $\dfrac{3^{10}}{3^5}$ (c) $\dfrac{x^8}{x^2}$

(d) Entonces parece que: $\dfrac{x^a}{x^b} =$

Ahora tenemos un **patrón** que funciona bastante bien si el **exponente** del **numerador** es **mayor** que el del **denominador**. Pero ¿funciona si no es así?

***Ejercicio* 5:** Reescribe las siguientes expresiones de dos maneras: (i) usando la regla de los exponentes desarrollada en el ejercicio 4(d), y (ii) simplificando con las técnicas que vimos en la última lección.

(a) $\dfrac{2^4}{2^4}$ (b) $\dfrac{x^2}{x^7}$ (c) $\dfrac{5^6}{5^{10}}$

Así, ahora vemos que la **regla de la resta para los exponentes** es congruente con los exponentes cero y negativos. Por ahora, solo queremos dejar en claro que los exponentes negativos indican división y los exponentes positivos indican multiplicación.

***Ejercicio* 6:** Considera la **función exponencial** $f(x) = 16(2)^x$. Sin usar la calculadora, halla:

(a) $f(0)$ (b) $f(2)$ (c) $f(-2)$

Nombre: ___________________________________ Fecha: _________________

EXPONENTES CERO Y NEGATIVOS
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I – TAREA

DESTREZA

1. Reescribe cada una de las siguientes potencias como expresiones equivalentes sin usar exponentes cero o negativos. Recuerda el orden de las operaciones.

(a) 5^{-3} (b) 6^{0} (c) 2^{-5}

(d) $4x^{0}$ (e) $(4x)^{0}$ (f) $x^{-2}y^{4}$

2. ¿Cuál de las siguientes opciones no es equivalente a 2^{-3}?

(1) $\frac{1}{2^3}$ (3) 0.125

(2) -6 (4) $\frac{1}{8}$

3. Si $f(x)=12(2)^{x}$, ¿cuál de los siguientes valores representa el de $f(-2)$?

(1) -48 (3) 3

(2) 6 (4) -4

4. Si la expresión $8(x+11)^{0}-2x^{0}+6x$ se evalúa cuando $x=-1$, el resultado sería

(1) 1 (3) 7

(2) 0 (4) 4

5. La expresión numérica $\frac{\left(5^3\right)^2}{\left(5^2\right)^4}$ es equivalente a

(1) $\frac{1}{25}$ (3) 10

(2) 25 (4) $-\frac{1}{10}$

6. Escribe cada una de las siguientes expresiones en la forma ax^n, donde n puede ser un entero positivo o negativo.

(a) $\dfrac{x^3}{x^8}$ (b) $\dfrac{6x}{2x^8}$ (c) $\dfrac{28x^6}{21x^2}$

APLICACIONES

7. La cantidad de personas , *n*, que conocen un rumor se pueden representar con la ecuación $n(d)=20(2)^d$, donde d es la cantidad de días *desde* el lunes.

(a) Explica por qué $n(0)=20$. ¿Qué representa esto con respecto a la situación modelada?

(b) ¿Cuál es el valor de $n(-2)$? ¿Qué representa esto con respecto a la situación modelada?

RAZONAMIENTO

8. La expresión $\dfrac{\left(x^{2a+1}\right)^3}{\left(x^{a+3}\right)^2}$ se puede escribir como x^n, donde *n* depende del valor de *a*.

(a) Si $a=5$, halla el valor de *n*. Muestra como lo hiciste.

(b) Halla la expresión binómica para *n*, en términos generales de *a*.

9. Considera la función $f(x)=18(3)^{-x}$. Cuando el valor de *x* se aumenta en 1, el valor de salida es

(1) multiplicado por 3
(2) dividido por 3
(3) multiplicado por -3
(4) dividido por -3