Nombre: ___________________________________ Fecha: _________________

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I

Hay muchas cosas en la vida real que crecen más rápido a medida que se agrandan o decrecen más despacio a medida que se achican. Este tipo de fenómenos, en términos generales, se conoce como **crecimiento exponencial (y decrecimiento, en caso de disminución).** En la lección de hoy, estudiaremos tanto el crecimiento como el decrecimiento.

***Ejercicio* 1:** La cantidad de personas que oyeron un rumor suele crecer exponencialmente. Piensa en un rumor que, al principio, conocen 3 personas y que, por cada día que se difunde, se duplica la cantidad de gente que lo oye.

(a) ¿Por qué tiene sentido que la cantidad de personas que conocen el rumor crezca exponencialmente?

(b) Completa esta tabla con la cantidad de personas, N, que conocían el rumor después de que se difundiera durante cierto cantidad de días, d.

d	0	1	2	3	4	5
N	3	6				

***Ejercicio* 2:** Querríamos determinar la cantidad de personas que conocen el rumor después de 20 días, pero para ello debemos desarrollar una fórmula para predecir N (la cantidad de personas que conocen el rumor) si conocemos d (la cantidad de días en los que se ha difundido).

(a) Para los siguientes días, escribe cómo calculaste los valores basado en productos extendidos, usando el número 2.

$d=0 \quad N=3$

$d=1 \quad N=3\cdot 2$

$d=2 \quad N=(3\cdot 2)\cdot 2=3\cdot 2\cdot 2$

$d=3 \quad N=$

$d=4 \quad N=$

$d=5 \quad N=$

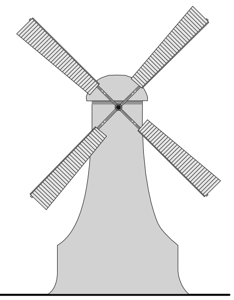
(b) Usando el patrón que desarrollaste en (a), escribe una fórmula que dé la cantidad de personas que conocen el rumor, N, si conoces el número de días, d, durante los cuales se ha difundido.

(c) ¿Cuánta gente conocería el rumor después de 20 días?

(d) El crecimiento exponencial puede ser muy rápido. Suponiendo que la ecuación que escribiste en (b) sea válida, ¿cuántos días pasarán hasta que la cantidad de personas que conozcan el rumor sobrepase la población de los Estados Unidos, que es de aproximadamente 315 millones de personas? Muestra los cálculos que fundamentan tu respuesta.

Ahora, vamos a desarrollar un problema sencillo de decrecimiento exponencial

***Ejercicio* 2:** Helmut, que vive en Finlandia, se dirige hacia un faro de una manera muy especial. Comienza a 160 pies del faro. En el primer tramo, camina la mitad de la distancia. En el siguiente tramo, camina la mitad de lo que resta. En cada tramo consecutivo, camina la mitad de la distancia restante. Vamos a representar la **distancia,** D, que le **falta recorrer** a Helmut para llegar al faro después de completar n tramos.



160

(a) Completa la tabla con la distancia que le resta recorrer a Helmut después de n tramos.

n	0	1	2	3	4
D (pies)	160	80			

(b) Cada entrada de la tabla se podría hallar **multiplicando** el anterior, ¿por qué número? Esto es muy importante porque **siempre** queremos pensar en funciones exponenciales en términos de **multiplicación**.

(c) Tal como en el ejercicio 2(a), queremos ver este proceso como una multiplicación repetida por $\frac{1}{2}$. Completa el siguiente patrón:

$n=0 \quad D=160$

$n=1 \quad D=160\cdot\frac{1}{2}=80$

$n=2 \quad D=80\cdot\frac{1}{2}=\left(160\cdot\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=$

$n=3 \quad D=$

$n=4 \quad D=$

(d) Basado en (c), indica la fórmula que predice la distancia, D, que le resta recorrer a Helmut después de n tramos.

(e) ¿A qué distancia del faro se encuentra Helmut después de recorrer 6 tramos? Muestra los cálculos que justifican tu respuesta y no te olvides de usar las unidades correspondientes.

(f) Helmut cree que llegará al faro después de recorrer 10 tramos. ¿Tiene razón?

(g) Explica por qué Helmut nunca llegará al faro.

(h) ¿Por qué el dominio de esta función tiene solo números enteros positivos, es decir $\{0, 1, 2, 3, ...\}$?

Nombre: ____________________________________ Fecha: __________________

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I – TAREA

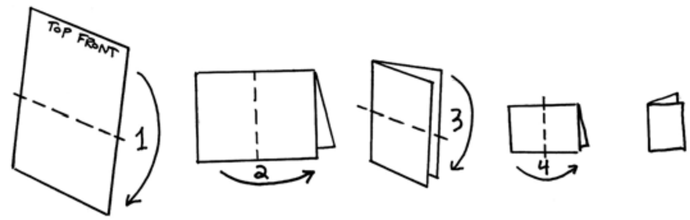
APLICACIONES

1. Una hoja de papel mide 0.01 centímetro (cm) de espesor. Al doblarla una vez, el espesor es de 0.02 centímetros. Al doblarla nuevamente, el espesor se duplica a 0.04 centímetros. Cada doblez duplica el espesor de la hoja.

(a) Indica cuál es el espesor de la hoja después de:

4 dobleces:

5 dobleces:



(b) Para las siguientes cantidades de dobleces, *f*, muestra cómo puedes calcular el espesor , *T*, basado en la multiplicación repetida por 2.

$f = 0 \quad T = 0.01$

$f = 1 \quad T = 0.01(2)^1 = 0.02$

$f = 2 \quad T = 0.02(2) = 0.01(2)(2) = 0.01(2)^2$

$f = 3 \quad T =$

$f = 4 \quad T =$

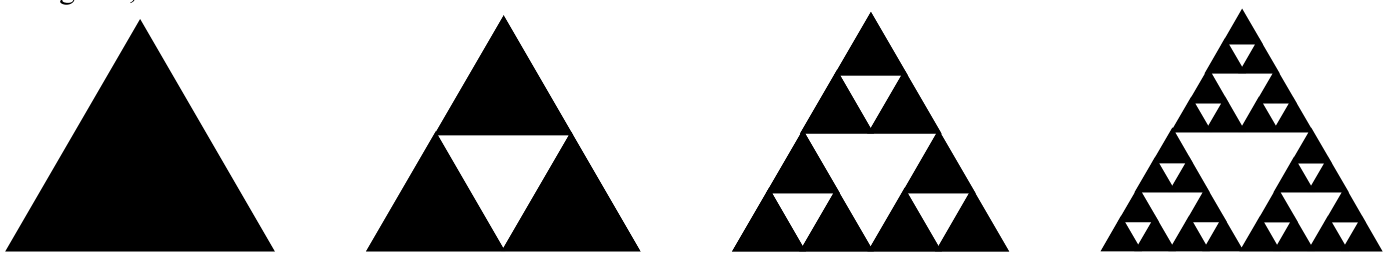
(c) Basándote en el punto (b), determina una fórmula para calcular el espesor, *T*, según el número de dobleces, *f*.

(d) ¿Cuál sería el espesor de la hoja si $f = 10$? Utiliza las unidades correspondientes.

(e) Hay 100 centímetros en un metro. ¿Qué espesor, en *metros*, tiene la hoja de papel después de 20 dobleces? Muestra cómo llegaste a tu respuesta.

(d) Si hay 1000 metros en un kilómetro y la Luna está a 384,000 kilómetros de la Tierra , ¿el papel llegará a la luna después de 40 dobleces? Muestra los cálculos que hiciste para llegar a tu respuesta.

2. El triángulo de Sierpinski es un tipo de progresión en la que a un triángulo equilátero se le quita $\frac{1}{4}$ de su área para crear una forma nueva. Luego, se quita $\frac{1}{4}$ del área restante. Debajo se muestra una serie de estos triángulos, comenzando con un área de 64.



$A_0 = 64$ $\qquad$ $A_1 = 48$ $\qquad$ $A_2 = ?$ $\qquad$ $A_3 = ?$

(a) Si quitamos $\frac{1}{4}$ del área, ¿qué fracción del área queda?

(b) Multiplica 64 por la fracción que hallaste en (a). ¿Qué valor obtienes?

(c) Halla las áreas de la tercera y cuarta imagen de arriba multiplicando la fracción que encontraste en (a).

(d) Halla una fórmula para calcular el área, A, que queda después de n extracciones del área.

(e) ¿Cuanto queda de área después de 10 extracciones?

(f) ¿Cuanto queda de área después de 20 extracciones?

(g) ¿En algún momento se llegará a cero área? Explica tu razonamiento.

(h) Si el triángulo de Sierpinski de la derecha tuviera un área de 15 centímetros cuadrados antes de quitar una parte, ¿cuál es el área de la figura de la derecha redondeando a la décima más cercana de un centímetro cuadrado? Muestra el cálculo que hiciste para llegar a tu respuesta.