

Nombre: _____

Fecha: _____

COMPLETAR EL CUADRADO
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I



El punto de inflexión de una parábola y su forma general son relativamente fáciles de determinar si la función cuadrática está escrita en **forma desplazada o forma vértice**. Revisa este concepto en el primer ejercicio.

Ejercicio 1: Dada la función $y = (x-3)^2 + 2$, haz lo siguiente.

- (a) Indica las coordenadas del punto de inflexión. (b) Determina el rango dibujando un bosquejo.

La pregunta entonces es cómo tomamos una función cuadrática de la forma $y = ax^2 + bx + c$ y la ponemos en su forma desplazada. Este procedimiento se conoce como **completar el cuadrado**. Pero esto tenemos que estudiarlo un poco más.

Ejercicio 2: Escribe cada una de las siguientes funciones como un trinomio equivalente.

(a) $(x+5)^2$

(b) $(x-1)^2$

(c) $(x+4)^2$

Ejercicio 3: Dado cada trinomio del ejercicio 2 de la forma $x^2 + bx + c$, ¿qué se cumple acerca de la relación entre el valor de b y el valor de c ? Ilustra tu respuesta.

Ejercicio 4: Cada uno de los siguientes trinomios es un cuadrado perfecto. Escríbelos en forma factorizada (o cuadrado perfecto).

(a) $x^2 + 20x + 100$

(b) $x^2 - 6x + 9$

(c) $x^2 + 2x + 1$

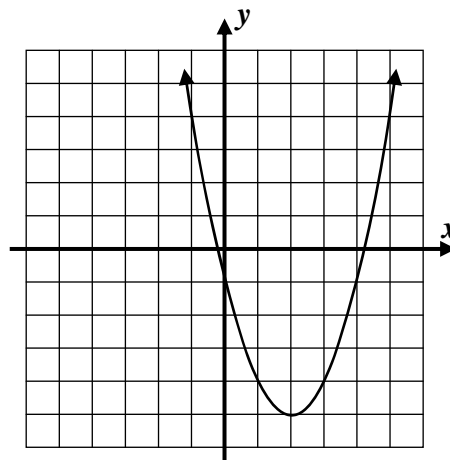


Ya estamos listos para aprender el método de **completar el cuadrado**. Este método tiene muchos usos, pero hoy vamos a usarlo para manipular ecuaciones de cuadráticas de su **forma estándar** a su **forma vértice**.

Ejercicio 5: A continuación está graficada la cuadrática $y = x^2 - 4x - 1$.

(a) Observemos únicamente el binomio $x^2 - 4x$. ¿Qué deberías sumarle para crear un trinomio cuadrado perfecto? (Mira el ejercicio 3).

(b) Si queremos sumar cero al binomio $x^2 - 4x$, ¿qué deberíamos restar para compensar la suma de 4 y que sea un cuadrado perfecto?



(c) Utiliza el método de completar el cuadrado ahora para reescribir el trinomio $x^2 - 4x - 1$ en una forma desplazada equivalente. Según esta forma, ¿cuáles son las coordenadas del vértice? Compruébalo examinando el gráfico.

Este procedimiento es lo que se conoce como **algoritmo**. Es como si siguiéramos una receta.

COMPLETAR EL CUADRADO

Para la cuadrática $y = x^2 + bx + c$ (sabemos que $a = 1$).

1. Hallar la mitad del valor de b , o sea, $\frac{b}{2}$
2. Elevar al cuadrado, o sea, $\left(\frac{b}{2}\right)^2$
3. Sumar y restar

Para todo esto no hay nada como la práctica.

Ejercicio 6: Escribe cada cuadrática en forma vértice completando el cuadrado. Luego identifica el punto de inflexión de la cuadrática. Los últimos dos problemas contienen fracciones. ¡Sigue la receta!

(a) $y = x^2 + 6x - 2$

(b) $y = x^2 - 2x + 11$

(c) $y = x^2 - 10x + 27$

(d) $y = x^2 + 8x$

(e) $y = x^2 + 5x + 4$

(f) $y = x^2 - 9x - 2$



Nombre: _____

Fecha: _____

COMPLETAR EL CUADRADO
CURSO COMÚN DE ÁLGEBRA I - TAREA

DESTREZA

1. Halla cada uno de los siguientes productos en forma estándar.

(a) $(x+4)^2$

(b) $(x-1)^2$

(c) $(x+8)^2$

(d) $(x-7)^2$

(e) $(x+2)^2$

(f) $(x-10)^2$

2. Cada uno de los siguientes trinomios es un cuadrado perfecto. Escríbelos en forma factorizada, es decir, $(x+a)^2$ o $(x-a)^2$.

(a) $x^2 + 6x + 9$

(b) $x^2 - 22x + 121$

(c) $x^2 + 10x + 25$

(d) $x^2 + 30x + 225$

(e) $x^2 - 2x + 1$

(f) $x^2 - 18x + 81$

3. Coloca cada una de las siguientes funciones cuadráticas, escritas en forma estándar, en forma vértice completando el cuadrado. Luego identifica las coordenadas de su punto de inflexión.

(a) $y = x^2 - 12x + 40$

(b) $y = x^2 + 4x + 14$

(c) $y = x^2 - 24x + 146$



APLICACIONES

4. Un cable está amarrado a la misma altura en dos postes y cuelga entre ellos de manera que su altura desde el suelo, y , en pulgadas, se puede representar usando la ecuación:

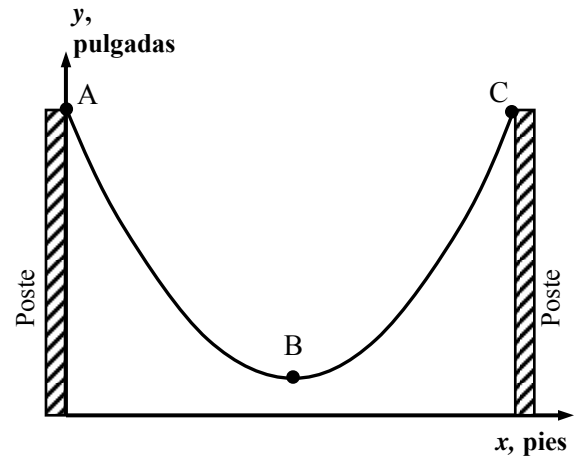
$$y = x^2 - 16x + 67$$

donde x representa la distancia horizontal desde el poste izquierdo, en pies.

- (a) ¿A qué altura del suelo está el punto A? Muestra cómo lo calculaste y usa las unidades adecuadas.

- (b) Escribe la ecuación en forma vértice.

- (c) ¿Cuál es la diferencia de altura entre los puntos A y B? Muestra tu análisis e incluye unidades.



- (d) ¿Cuál es la distancia horizontal que separa los puntos A y C? Explica tu razonamiento.

RAZONAMIENTO

5. Usa la forma vértice de cada una de las siguientes funciones cuadráticas para determinar cuál tiene el valor más bajo de y .

$$y = x^2 - 8x + 6$$

$$y = x^2 + 6x + 1$$

6. Abajo se muestran dos funciones cuadráticas, $f(x)$ y $g(x)$. Determina cuál tiene el menor valor mínimo. Explica cómo llegaste a tu respuesta.

$$f(x) = x^2 + 10x$$

x	3	4	5	6	7	8	9
$g(x)$	-9	-14	-17	-18	-17	-14	-9

