

RAÍCES CUADRADAS
N-GEN MATH® ÁLGEBRA I



Las raíces cuadradas, cúbicas, y de grados más altos, son herramientas importantes de las matemáticas ya que son **operaciones inversas** de las operaciones de **elevar al cuadrado y al cubo**. En esta unidad estudiaremos estas operaciones, y los números que resultan al usarlas. Primero, un repaso básico de lo que has visto anteriormente.

Ejercicio #1: Determina el valor de cada una de las siguientes **raíces cuadradas principales**. Escribe una justificación para tu respuesta en términos de una ecuación de multiplicación.

(a) $\sqrt{25}$

(b) $\sqrt{9}$

(c) $\sqrt{100}$

(d) $\sqrt{0}$

(e) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

(f) $\sqrt{\frac{64}{9}}$

Es de común acuerdo que todos los **números positivos, reales** tienen dos raíces cuadradas, una positiva y una negativa. Designamos la que queremos simplemente incluyendo o dejando fuera un signo negativo.

Ejercicio #2: Proporciona todas las raíces cuadradas de cada uno de los siguientes números. justifica.

(a) 4

(b) 36

(c) $\frac{1}{16}$

Ejercicio #3: Dada la función $f(x) = 20 + \sqrt{x+3}$, ¿cuál de las siguientes opciones es el valor de $f(46)$?

(1) 22

(3) 16

(2) 13

(4) 27

Las raíces cuadradas tienen una **propiedad interesante** cuando se trata de la **multiplicación**. Descubriremos esta propiedad en el siguiente ejercicio.

Ejercicio #4: Determina el valor de cada uno de los siguientes productos.

(a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} =$

(b) $\sqrt{4 \cdot 9} =$

(c) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} =$

(d) $\sqrt{4 \cdot 25} =$



Lo que debes notar en el ejercicio anterior es la siguiente propiedad importante de las raíces cuadradas.

PROPIEDAD DE MULTIPLICACIÓN DE LAS RAÍCES CUADRADAS

$$1. \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

así mismo

$$2. \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Un uso obvio para esto es la multiplicación de dos raíces cuadradas “no amigables” para sacar un resultado “nítido”

Ejercicio #5: Determina el resultado de cada uno de los siguientes productos.

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$

(b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$

(c) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} =$

Un uso menos obvio para la propiedad anterior es el de la **simplificación de raíces cuadradas de cuadrados no perfectos**. Esta es una destreza anticuada que ya casi es completamente irrelevante al álgebra pero que aparece a menudo en pruebas estandarizadas, por lo cual es buena idea dominarla.

Ejercicio #6: Para introducir la **simplificación de raíces cuadradas**, primero haz lo siguiente.

(a) Haz una lista de los primeros 10 cuadrados perfectos (comenzando con 1).

(b) Ahora considera $\sqrt{18}$. ¿Cuál de estos cuadrados perfectos es un factor (divisor) de 18?

(c) Simplifica $\sqrt{18}$. Esto se conoce como la **forma radical simplificada**.

La clave para simplificar cualquier raíz cuadrada es encontrar el **cuadrado perfecto más alto** que es un factor del **radicando** (el número dentro de la raíz cuadrada).

Ejercicio #7: Escribe cada una de las siguientes raíces cuadradas en **forma radical simplificada**.

(a) $\sqrt{8}$

(b) $\sqrt{45}$

(c) $\sqrt{48}$

(d) $-\sqrt{75}$

(e) $\sqrt{72}$

(f) $-\sqrt{500}$



RAÍCES CUADRADAS
N-GEN MATH[®] ÁLGEBRA I – TAREA

DOMINIO

1. Simplifica cada una de las siguientes. Cada una resultará en una respuesta racional. Puedes verificar tu trabajo usando tu calculadora, pero trata de hacerlas todas sin la calculadora.

(a) $\sqrt{36}$

(b) $-\sqrt{4}$

(c) $\sqrt{121}$

(d) $\sqrt{\frac{1}{9}}$

(e) $-\sqrt{100}$

(f) $\sqrt{\frac{81}{36}}$

(g) $-\sqrt{\frac{1}{16}}$

(h) $-\sqrt{144}$

2. Determina la respuesta final simplificada de cada una de las siguientes expresiones, evaluando primero las raíces cuadradas. Muestra los pasos que conllevan a tu respuesta final.

(a) $\sqrt{9} + \sqrt{25} - \sqrt{64}$

(b) $5\sqrt{4} + 2\sqrt{81}$

(c) $\frac{2\sqrt{25} + 2}{3}$

(d) $\sqrt{\frac{1}{4}}(\sqrt{121} - \sqrt{9})$

*Todas las raíces cuadradas hasta ahora han sido “nítidas”. Discutiremos más de lo que esto significa en la próxima lección. Podemos usar la **Propiedad de multiplicación de las raíces cuadradas** para ayudarnos a simplificar ciertos productos de raíces cuadradas “no tan nítidas”.*

3. Halla los siguientes productos multiplicando primero los **radicandos** (los números bajo la raíz cuadrada).

(a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} =$

(b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$

(c) $5\sqrt{6} \cdot \sqrt{24} =$

(d) $\sqrt{25} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$

(e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{18}} =$

(f) $\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{27}{4}} =$



4. Escribe cada uno de los siguientes en **forma radical simplificada**. Muestra el trabajo que conlleva a tu respuesta. El primer ejercicio está hecho para recordarte el proceso.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sqrt{162} &= \\ &= \sqrt{81} \cdot \sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad \sqrt{20} =$$

$$\text{(c)} \quad -\sqrt{90} =$$

$$\text{(d)} \quad \sqrt{48} =$$

$$\text{(e)} \quad -\sqrt{8} =$$

$$\text{(f)} \quad \sqrt{300} =$$

5. Escribe cada uno de los siguientes productos en **forma radical simplificada**. El primero está hecho como ejemplo.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 3\sqrt{12} &= \\ &= 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \\ &= 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad 4\sqrt{45} =$$

$$\text{(c)} \quad \frac{1}{2}\sqrt{32} =$$

$$\text{(d)} \quad -2\sqrt{288} =$$

$$\text{(e)} \quad \frac{\sqrt{108}}{3} =$$

$$\text{(f)} \quad \frac{-\sqrt{320}}{16} =$$

RAZONAMIENTO

Es crítico entender que cuando “simplificamos” una raíz cuadrada o realizamos un cálculo con ellos, siempre estamos encontrando una **expresión numérica equivalente**. Asegúrate que entiendas esto con este último ejercicio.

6. Considera $\sqrt{28}$.

(a) Usa tu calculadora para determinar su valor. Redondea a la *centésima* más cercana.

(b) Escribe $\sqrt{28}$ en **forma radical simplificada**.

(c) Usa tu calculadora para hallar el valor del producto de la parte (b). ¿Cómo se compara con tu respuesta en (a)?

(d) Haz la misma comparación para $\sqrt{80}$.

Aproximación decimal: $\sqrt{80} =$

Simplificada y luego aproximada: $\sqrt{80} =$

