

LA FÓRMULA CUADRÁTICA
N-GEN MATH® ÁLGEBRA I



Nuestro último tema en esta unidad se enfoca en una de las fórmulas más famosas en matemáticas, la **fórmula cuadrática**. La fórmula cuadrática se deriva directamente del método de **completar el cuadrado**. La prueba de cómo fue derivado, está fuera del alcance de este curso. Primero, un repaso de completar el cuadrado.

Ejercicio #1: Considera la ecuación $x^2 + 8x + 3 = 0$.

- (a) Resuelve esta ecuación completando el cuadrado. (b) ¿Tus soluciones son racionales o irracionales? Explica.

Debido a que el proceso de completar el cuadrado es muy **algorítmico**, puede ser reducido a una fórmula:

LA FÓRMULA CUADRÁTICA

Para la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, se pueden hallar los ceros con $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Ejercicio #2: Para la ecuación cuadrática anterior $x^2 + 8x + 3 = 0$ identifica lo siguiente.

- (a) Los valores de a , b , y c en la fórmula cuadrática. (b) Sustituye estos valores en la fórmula cuadrática y simplifica tu expresión. Compara tus resultados con los del *Ejercicio #1*.

A menudo, los estudiantes prefieren la fórmula cuadrática a la **factorización** o a **completar el cuadrado** para hallar los ceros de una ecuación cuadrática porque es por naturaleza un proceso muy **mecánico** (solo hay que sustituir los números y calcular las respuestas).

Ejercicio #3: Considera la ecuación cuadrática $x^2 - 3x - 10 = 0$.

- (a) Determina las soluciones de esta ecuación por factorización. (b) Determina las soluciones de esta ecuación usando la Fórmula Cuadrática.



La *Fórmula Cuadrática* es particularmente conveniente cuando las soluciones son **números irracionales** y, por lo tanto, **no pueden ser determinadas mediante la factorización**. A veces, tenemos que dar las respuestas en **forma radical simplificada** y a veces solo necesitamos aproximaciones decimales.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejercicio #4: Para cada una de las siguientes ecuaciones cuadráticas, halla las soluciones usando la fórmula cuadrática y expresa tus respuestas en **forma radical simplificada**.

(a) $x^2 + 6x - 9 = 0$

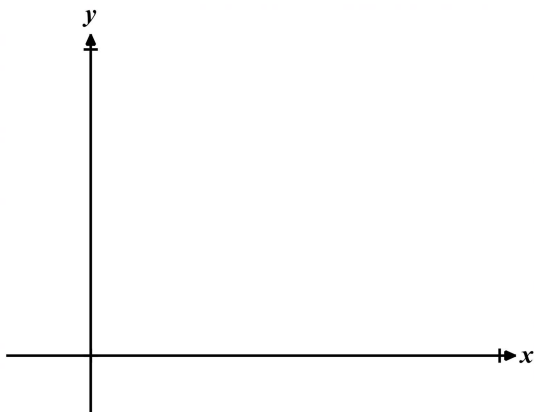
(b) $3x^2 + 4x - 1 = 0$

En **problemas aplicados**, muchas veces tiene más sentido expresar las respuestas, cuando son irracionales, como decimales redondeados.

Ejercicio #5: Se dispara un proyectil verticalmente desde la cima de un edificio de 60 pies de altura. Su altura sobre el suelo después de t segundos, en pies, está dada por la fórmula

$$h = -16t^2 + 20t + 60$$

- (a) Haz un esbozo de la gráfica que muestra la altura del proyectil a través del tiempo para $t \geq 0$. Usa tu gráfica para determinar el momento cuando el proyectil llega al suelo. Redondea a la décima más cercana.
- (b) Usa la fórmula cuadrática para determinar cuando el proyectil llega al suelo. También redondea a la décima de segundo más cercana.



Nombre: _____

Fecha: _____

LA FÓRMULA CUADRÁTICA
N-GEN MATH® ÁLGEBRA I - TAREA

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

DOMINIO

- Resuelve la ecuación $x^2 - 4x - 12 = 0$ de dos maneras:
 - factorizando
 - usando la fórmula cuadrática

- Resuelve la ecuación $x^2 + 6x + 3 = 0$ de dos maneras. Expresa ambas respuestas en forma radical simplificada.
 - completando el cuadrado
 - usando la fórmula cuadrática

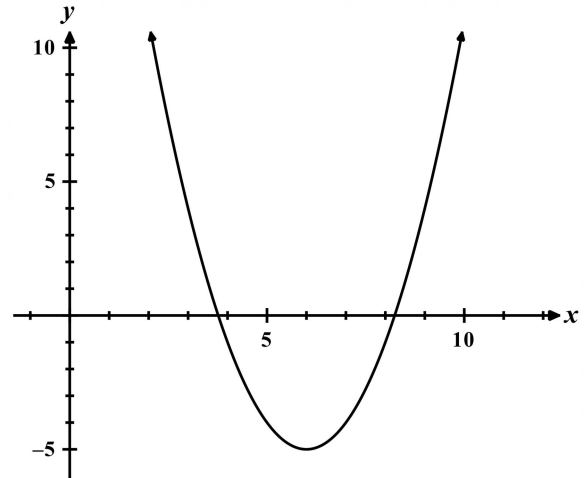
- Resuelve la ecuación $x^2 - 11x + 24 = 0$ de dos maneras:
 - factorizando
 - usando la fórmula cuadrática

- Si se usa la fórmula cuadrática para resolver la ecuación $x^2 - 4x - 41 = 0$, las raíces correctas son
 - $4 \pm 3\sqrt{10}$
 - $2 \pm 3\sqrt{5}$
 - $-4 \pm 3\sqrt{10}$
 - $-2 \pm 3\sqrt{5}$



5. Se muestra la función cuadrática $f(x) = x^2 - 12x + 31$.

(a) Halla los ceros de esta función en forma radical simplificada usando la fórmula cuadrática.



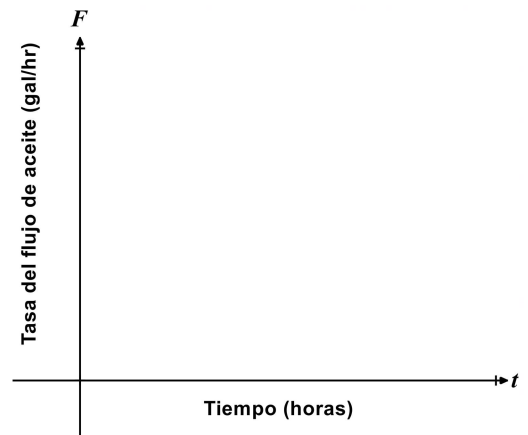
(b) Convierte tus respuestas en (a) a forma decimal. Redondea a la décima más cercana. Luego marca tus respuestas en la gráfica.

APLICACIONES

6. La tasa del flujo de aceite en una tubería, en galones por hora, puede ser modelad usando la función $F(t) = -2t^2 + 20t + 11$

(a) Usando tu calculadora, grafica la función sobre los ejes provistos, para $t \geq 0$. Asegúrate que tu ventana gráfica sea lo suficientemente amplia para mostrar el punto de giro y el cero positivo. Indica tu ventana gráfica.

(b) Usando la fórmula cuadrática, halla, a la décima de hora más cercana, el momento cuando termina el flujo (es cero). Muestra tu trabajo.



(c) Usa la fórmula del eje de simetría para determinar la ubicación del punto de giro de función y márcalo en tu gráfica.

(d) ¿Qué información de da tu respuesta en (c) acerca de la tasa del flujo de aceite?

